La enseñanza del número y del sistema de numeración

PRIMERAS HERRAMIENTAS NUMÉRICAS[1]

Es conveniente comenzar a trabajar con problemas muy tempranamente, antes de que los alumnos dispongan de las soluciones "expertas" para resolverlos. Las investigaciones de Carpenter, Hiebert y Moser (1981) demuestran que antes de cualquier aprendizaje escolar, los chicos pequeños pueden resolver problemas a su modo, como se verá más adelante.

Si proponemos que los problemas sean el eje a través del cual los alumnos trabajen en matemática desde el primer día de clase del jardín de infantes, asumimos que esos alumnos cuentan con un bagaje de conocimientos necesarios como para poder iniciar el aprendizaje de los contenidos de enseñanza escolar.

Acerca de los conocimientos de los niños

Numerosas investigaciones a nivel mundial (Fuson y Hall, 1983; Fuson, Richard y Briars, 1982) han puesto de manifiesto que los niños construyen ideas acerca de los números y del sistema de numeración aún antes de haber concurrido a la escuela. Fayol (1985) y Schaeffer, Eggleston y Scott (1974) coinciden con otros investigadores en que el conteo precede a la conservación. Del mismo modo, a través de diversas investigaciones Gelman y sus colaboradores (Gelman, 1977, 1983; Gelman y Gallistel, 1978; Gelman y Meck, 1983) consideran que la apropiación del número está ligada al conteo y no a la noción de conservación.

De acuerdo con estas investigaciones, el interés por los números, el establecimiento de algunas relaciones, así como el uso de ellos en diferentes contextos de utilización, parece no estar determinado por la existencia previa de la conservación de las cantidades. Veamos algunos de los conocimientos que poseen y sus características.

El recitado de la serie

Los chicos del Nivel Inicial poseen conocimientos sobre la serie numérica oral. Estos conocimientos no son los mismos para todos los alumnos de una misma sala. Difieren no sólo en la extensión del intervalo numérico conocido por ellos, sino también en las distintas competencias de las que disponen y que están implicadas en el recitado convencional.

No reviste la misma complejidad para un alumno recitar la serie a partir del 1 y detenerse cuando ya no sabe más; recitar y detenerse en el número que se le ha solicitado; recitar intercalando palabras (por ejemplo: un elefante, dos elefantes...); recitar a partir de un número diferente de 1 (5, 6, 7...); recitar de manera ascendente de 2 en 2, de 5 en 5, de 10 en 10; recitar de manera descendente de 1 en 1, de 2 en 2, etcétera (Parra y Saiz, 1992).

La complejidad creciente de esta serie de competencias podrá ser superada en la medida en que éstas aparezcan como herramientas para resolver problemas. Por ejemplo, ya nos preguntamos por qué razón un alumno va a descubrir la conveniencia de recitar a partir de un número diferente de 1 si los cálculos que se le ofrecen son del tipo "2 + 3", "3 + 4": usar los dedos o hacer "palitos" para representar esas cantidades no ofrece dificultad, y en consecuencia no necesitará poner en juego el sobreconteo. En este caso, una variable didáctica para que la situación le demuestre al sujeto la insuficiencia de su conocimiento sería introducir números más grandes.

Al recitar la serie, muchos chicos nos demuestran que han descubierto parte de la regularidad y organización que el sistema tiene. Por ejemplo, cuando dicen "uno, dos, tres..., ocho, nueve, diez, diez y uno, diez y dos, diez y tres", etcétera: no saben aún los nombres de los números 11, 12, 13, pero los nombran a su manera y sin saltear ninguno. O bien, cuando llegan a 19 se detienen y si alguien les dice "veinte", "arrancan" nuevamente a gran velocidad: 21, 22, 23,... 29 y se detienen otra vez para volver a empezar si se les dice "treinta". No saben aún la denominación de algunas decenas, pero sí saben que después de los nudos de las decenas (20, 30, 40) los números siguientes se obtienen agregando consecutivamente los números del 1 al 9.

[1] Extraído de Ressia de Moreno, Beatriz. "La enseñanza del número y del sistema de numeración en el nivel inicial y el primer año de la EGB" en Mabel Panizza (comp.) "Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB" 2003. Ed. Paidós. Bs. As. Pág 94 a 98 y 101 a 106.

El conteo

Saber recitar la serie no es lo mismo que saber contar elementos de una colección. Es decir, un sujeto que puede recitar la serie hasta un determinado número no necesariamente podrá utilizar ese conocimiento a la hora de contar objetos o dibujos.

Para poder contar se requiere disponer, en primer lugar, del *principio de adecuación única* (Gelman, 1983), esto es, asignar a cada uno de los objetos una y sólo una palabra-número, respetando al mismo tiempo el orden convencional de la serie. Muchas veces observamos en el jardín de infantes que "la mano va más rápido que la boca" (o a la inversa), es decir, no pueden establecer una correspondencia término a término entre cada objeto y una palabra-número y, por lo tanto, el resultado del conteo es errado. Sin embargo, muchos chicos que pueden establecer esa correspondencia, al finalizar el conteo parecen desconocer cuántos objetos hay en total. Al preguntarle "¿Cuántos lápices hay?", Joaquín (5 años), que había contado los siete lápices desplazando uno a uno a medida que recitaba la serie, con gesto sorprendido dijo: "1,2, 3, 4, 5, 6, 7". Esto quiere decir que Joaquín aún no puede reconocer que el último número enunciado durante el conteo corresponde a la cantidad total de objetos *(principio de cardinalidad),* y cree que la pregunta "¿Cuántos hay?" se responde repitiendo el recitado completo utilizado para contar.

Otras de las condiciones descriptas por Gelman para lograr el conteo es el *principio de indiferencia del orden,* es decir, comprender que el orden en el que se cuenten las unidades (de derecha a izquierda, de izquierda a derecha, de arriba abajo, etcétera) no altera la cantidad.

Estos principios permiten retomar la reflexión sobre los postulados de Piaget acerca de la construcción del número. Cuando Piaget planteó que el número era la síntesis entre las relaciones de inclusión jerárquica y de orden, no se referiría a la inclusión de aspectos cualitativos -vacas, perros, caballos- en clases abarcativas, sino a la capacidad del niño cuando "incluye mentalmente 'uno' en 'dos', 'dos' en 'tres', 'tres' en 'cuatro', etcétera" (Kamii, 1984).

Con respecto a la relación de orden, no se trataría del establecimiento de un orden empírico (es la varilla más chica, la que le sigue, etcétera), sino de la necesidad de establecer un orden lógico entre los elementos que garantice que no se va a contar dos veces el mismo o se va a dejar alguno sin contar.

Cuando los alumnos realizan el conteo, es importante observar si disponen efectivamente de este orden lógico. De hecho, muchas veces el maestro no advierte que el alumno ha cometido un error de salteo de uno de los elementos y al mismo tiempo ha contado dos veces otro, de modo que se cancelan mutuamente dando la impresión equivocada de que el niño contó con precisión.

Desde el punto de vista didáctico, un alumno que no disponga de los tres principios descriptos ¿no estaría capacitado para resolver problemas que impliquen el conteo y, por lo tanto, no habría que presentárselos? ¿Cómo podría aprender a contar si no le ofrecemos un medio de problemas que lo muestren como necesario? Es justamente a través de la resolución de problemas como un alumno podrá apropiarse de manera progresiva del principio de adecuación única y, de ahí en más, avanzar hacia la posibilidad de cardinalizar una cantidad.

Por otra parte, si ya dispusiera de los tres principios involucrados, ¿cuál sería el sentido de proponerle situaciones en las que el conteo uno en uno de los elementos fuera un procedimiento funcional? ¿No sería el momento de introducir variables didácticas en las situaciones para que el conteo uno en uno apareciera como muy costoso y así generar el avance en sus conocimientos?

En la enseñanza tradicional, el maestro fuerza el abandono del "contarlo todo" (de uno en uno) y enseña a "seguir contando" (sobreconteo). Esto es coherente con la creencia de que la adición es sólo una "técnica". Desde esa convicción, el contar aparece como un contenido a ser enseñado por el docente, sin hacerlo funcionar como herramienta para resolver problemas.

La realidad es que para muchos chicos que reproducen la indicación del maestro de "poner un número en la cabeza y seguir contando", la estrategia no les resulta efectiva. Un error muy frecuente es, por ejemplo, que 8 + 5 sea igual a 12. En este caso, comienzan a contar a partir del 8 y dicen: 8, 9,10, 11,12, mientras van extendiendo sucesivamente los cinco dedos, es decir que el primer conjunto o totalidad (8), queda "fundido" en el segundo (5) y pierde así, en su pensamiento, su calidad de entidad independiente (Fuson, 1982).

Podemos pensar, en principio, dos razones por las cuales los chicos necesitan durante un tiempo contarlo todo (tomar ocho objetos o hacer ocho marcas en el papel, luego cinco más y a continuación contarlos todos, de uno en uno). En primer lugar, poder contar a partir de un número diferente de 1 requiere de un conocimiento del recitado de la serie numérica mucho mayor. En segundo lugar, si aún no puede controlar las relaciones parte/ todo características de la suma, es decir, no puede establecer aún una relación entre dos conjuntos que pasan de ser "todos" a ser partes de un nuevo todo, convierte entonces mentalmente todos los elementos en "unos"; dicho de otro modo, convierte 8 + 5 en 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 (Kamii, 1984).

Si se acepta que los conocimientos se producen por adaptación a un medio que genera desequilibrios, será a través del planteo de múltiples situaciones con las que deba enfrentarse un alumno y del pedido de las explicitaciones, argumentaciones y validaciones consecuentes como irán desapareciendo paulatinamente tantos dedos, montones de fichas y hojas llenas de palitos.

Los problemas y la enseñanza del número

Dijimos que aprender matemática -desde esta perspectiva- es construir el sentido de los conocimientos, y que son los problemas y la reflexión en torno a éstos lo que permite que esos conocimientos se carguen de sentido al aparecer como herramientas para poder resolverlos.

1) Qué clase de problemas trabajar

Se trata de proponer a los alumnos situaciones didácticas en las que los números aparezcan como herramientas de resolución, es decir, que sea necesario usar los números en todos los contextos posibles. ¿Cuáles son esos contextos de utilización? ¿Para qué sirven los números? ¿Cómo y cuándo se usan? Parra y Saiz (1992) lo explican.

Como memoria de la cantidad. Los números dan la posibilidad de recordar una cantidad aunque ésta no esté presente. Por ejemplo, si se le pide a un alumno que busque en un armario la cantidad de tijeras necesarias para que cada uno de los integrantes de su mesa tenga una, podrá realizar diferentes procedimientos. Llevar en tantos viajes como sea necesario una tijera por vez hasta completar el reparto; tomar un montón de tijeras al azar sin anticipar si van a ser suficientes o van a sobrar; o contar cuántos chicos hay en su mesa incluyéndose a sí mismo, retener el último número enunciado, dirigirse al armario y realizar el conteo de las tijeras necesarias. En este último caso, se ha puesto en juego el aspecto cardinal del número, el número como memoria de la cantidad.

Como memoria de la posición. Los números también permiten recordar la posición de un elemento dentro de una serie ordenada sin necesidad de repetir toda la serie. Por ejemplo, si los percheros de la sala están numerados, el niño que tenga el perchero con el número 7 no necesita buscar desde el 1, sino que puede dirigirse directamente al número que designa la posición en la que colgará su mochila. Si los libros de la biblioteca de la sala están numerados, un fichero que indique el título que le corresponde a cada número facilitará la búsqueda del libro deseado y el orden posterior. En los dos casos aparecerá el número en su aspecto ordinal.

Para anticipar resultados. Los números permiten también calcular resultados aunque esas cantidades no estén presentes, no sean visibles e, incluso, cuando la acción transformadora de las cantidades expresadas en el problema no se pueda realizar directamente sobre los objetos.

Como códigos. Que el colectivo "21" se llame veintiuno no significa que entren 21 pasajeros, ni que el boleto cueste $ 21, ni que recorra 21 km., ni tampoco que haya sido la vigésimo primera en el orden de inscripción de las líneas de colectivos. No expresa, por lo tanto, ni el aspecto cardinal ni el ordinal. Solamente es un código que permite diferenciar esa línea de otras que realizan diferentes recorridos. De igual modo, los números de teléfono también son códigos, no dan cuenta de ninguna cantidad ni tampoco de ningún orden: no existe el número telefónico "00000001", luego el "00000002", y así sucesivamente.

Para expresar magnitudes. Los números aparecen a veces asociados a diferentes magnitudes: tiene 5 años, pesa 32 kg., mide 1,40 m, entra al jardín a las 9 hs., etcétera.

2) Cómo elegir los problemas e interpretar las producciones de los alumnos

Utilicemos el siguiente problema para ver qué tipo de resoluciones pueden aparecer por parte de los chicos, como también qué criterios didácticos debería tomar en cuenta el maestro.

PROBLEMA "EL TESORO" (Charnay y Valentín, 1992)

- *Objetivos del maestro:* favorecer la anticipación de resultados; desarrollar estrategias que faciliten la resolución de cálculos aditivos.
- *Organización de la clase:* se juega en pequeños grupos de 3 o 4 alumnos.
- *Materiales:* una bolsa opaca o caja con tapa con tres "piedras preciosas adentro (porotos o cualquier otro material) para cada alumno, porotos sobre la mesa, un dado, lápiz y papel para cada uno.
- *Consigna: "*Cada uno de ustedes tiene dentro de la caja 3 piedras preciosas que yo ya puse. Por turno tiran el dado y averiguan cuánto van a tener ahora en su tesoro, agregando tantas piedras como diga el dado. Después hagan lo que consideren necesario con el lápiz y el papel para poder recordar cuántas tienen ahora en su tesoro. Al final tienen que decidir quién ganó".

El juego supone que los chicos que ya han recibido los 3 porotos tienen que anticipar cuántos tendrán después de haber ganado tantos como puntos hay en el dado que acaban de tirar. Los porotos ya recibidos no son visibles, el alumno sabe solamente cuántos hay ya en su caja.

Procedimientos posibles

a) Algunos niños sólo podrán encontrar el nuevo valor de su tesoro sacando los 3 porotos de la caja, agregando tantos como puntos hayan salido en el dado y contándolos todos uno a uno. Estos niños no han comprendido aún que pueden anticipar la respuesta o no saben cómo hacerlo.

b) Otros harán tantas marcas en el papel como porotos tienen o usarán los dedos para luego contarlos uno a uno.

c) Algunos (si el número que salió en el dado es bajo) hacen una representación mental de la situación. Es decir, "ven" los porotos "en sus cabezas" y los cuentan uno a uno sin manipular el material ni hacer ninguna representación gráfica.

d) Otros podrán hacer sobreconteo, es decir, retendrán el 3 y seguirán contando, apoyándose en los dedos o tocando los puntos del dado (3, 4, 5, 6,7).

e) Por último, algunos alumnos -dependiendo de la cantidad que salga en el dado- podrán hacer uso de resultados memorizados (por ejemplo, 3 + 3 = 6) o realizar transformaciones sobre los números para obtener el resultado. Por ejemplo, 3 + 2 pueden pensarlo como "dos más dos es cuatro y uno más del tres es cinco".

Todos estos alumnos habrán resuelto el problema, aunque los procedimientos difieran entre el conteo -en los primeros cuatro casos- y el cálculo en el último caso.

Como se ve, es una propuesta viable plantear problemas aun cuando los alumnos no dispongan de los procedimientos de cálculo. Es justamente la posibilidad de resolver problemas más complejos lo que le va a permitir a un sujeto construir con significado nuevos modos de resolución al descubrir lo costoso que resulta el conteo y al comparar sus producciones con otras más eficientes.

Conocimientos previos necesarios

¿Qué necesita saber un docente acerca de los conocimientos de sus alumnos para decidir si este problema es válido para ellos?

Como vimos, el conocimiento mínimo necesario es disponer del conteo de las cantidades involucradas (en este caso, hasta 9). Con esto un alumno ya está en condiciones de resolverlo. Si el maestro sabe que sus alumnos cuentan más allá de esa cantidad, podrá poner en la caja una cantidad mayor de porotos para que puedan hacer uso de lo que saben.

Variables didácticas que favorecen el avance en los procedimientos

Las variables didácticas de una situación son aquellos aspectos cuya modificación exige cambios en las estrategias de resolución de los alumnos y en su relación con los saberes puestos en juego.

Si en lugar de utilizar un dado con configuraciones espaciales fijas (puntos), tienen que jugar con un dado en cuyas caras están los números del 1 al 6, se fuerza el reconocimiento de las cifras y se obstaculiza el conteo uno en uno. Si bien algunos niños necesitarán seguir contándolo todo y para eso utilizarán los dedos o harán marcas en el papel para representar la cantidad que expresa el número del dado, otros alumnos, al no tener facilitado el conteo uno en uno por la ausencia de los puntos, recurrirán a otros procedimientos.

El pedido de explicitación de los nuevos recursos puestos en juego, que pueden variar entre el sobreconteo y estrategias de cálculo mental para encontrar los resultados, permitirá el avance progresivo de los conocimientos. En este sentido, las intervenciones del maestro deberían centrarse en alentar a los alumnos a utilizar lo que saben para descubrir lo que no saben, es decir, a encontrar estrategias para transformar en fáciles los cálculos que les resultan difíciles. Por ejemplo, si en la caja se pusieron 5 porotos y al tirar el dado alguien obtiene el número 6, puede pensar ese cálculo como 5 + 5+1 (Parra y Saiz, 1992).

El pasaje del conteo al cálculo no se dará simultáneamente en todos los niños, e incluso la posibilidad de resolver a través del cálculo mental en un mismo niño está determinada por la magnitud de las cifras con las que esté operando. Un alumno que "sabe" que 5 + 5 = 10 puede necesitar recurrir al conteo si el problema involucra cifras como 7 y 8.

Tipos de representaciones posibles

El pedido de representación de las cantidades con lápiz y papel que formula el problema tiene, por una parte, la intencionalidad de mostrar su funcionalidad, al permitir recordar una cantidad que no está presente. Por otra parte, tiene también el sentido de propiciar el progresivo avance en el dominio de la expresión simbólica, acerca de la cual los niños tienen ideas previas.

La investigación de Martin Hughes (1987) mostró que, al pedir a los niños pequeños que hicieran sobre el papel lo necesario para poder recordar cuántos elementos había sobre la mesa, podían aparecer cuatro posibles representaciones:

- *Idiosincrásicas.* Estas producciones no dan cuenta ni de la cantidad ni de la cualidad de los objetos. Es decir que no informan qué ni cuántos hay. En este momento, los chicos sólo cubren la hoja con "garabatos".
- *Pictográficas.* La mayoría de los niños de 3 años ya disponen de este nivel de representación. Dan cuenta de la cantidad exacta dibujando lo más fielmente posible cada uno de los objetos involucrados en la situación. En el caso del problema planteado, hacen círculos para representar los porotos. Si lo que hay que expresar es cantidad de flores, dibujarán flores. Aun en los casos en los que no tienen la posibilidad de determinar el cardinal de la colección, pueden representar la cantidad exacta, estableciendo una correspondencia término a término entre cada objeto y su dibujo.
- *Icónicas.* Estas representaciones dan cuenta de la cantidad exacta de objetos pero a través de marcas que no brindan ninguna información acerca de su cualidad. Dibujan en general "palitos", tantos como objetos hay. Poder utilizar esas marcas independientemente de si lo que representan son porotos, chicos, flores, o cualquier otra cosa, supone un salto conceptual muy grande. Es el indicio de que ese sujeto ha comenzado a comprender que la expresión matemática requiere centrarse en las propiedades cuantitativas dejando de lado las propiedades cualitativas (al número 10, por ejemplo, no lo escribimos de una manera si da cuenta de una cantidad de porotos, de otra si da cuenta de una cantidad de flores, etcétera).
- *Simbólicas.* Utilizan símbolos convencionales para representar las cantidades. Si bien utilizan más comúnmente las cifras, también es posible encontrar producciones en donde hayan escrito el nombre de los números. Antes de poder comprender que una sola cifra puede expresar una cantidad de objetos, suelen escribir tantas cifras como cantidad de objetos tienen para representar, es decir que realizan nuevamente una correspondencia término a término. Por ejemplo: Sebastián (5 años y 9 meses) escribe 12345 para representar los 5 porotos que tiene en su tesoro. Sinclair, Tiéche-Christinat y Garin (1994) encontraron en sus investigaciones que muchos chicos realizaban también una correspondencia término a término pero repitiendo la misma cifra. En este caso la escritura sería: 55555.

¿Cómo hacer para que evolucionen estas formas de representación? Nuevamente planteamos la necesidad de que sea la situación la que le demuestre al sujeto la no conveniencia o pertinencia del recurso elegido. ¿Por qué un alumno va a sentir la necesidad de avanzar hacia una representación más evolucionada si las cantidades involucradas en el problema permiten dibujar sin demasiado costo? ¿Cómo haría un alumno para acceder a la representación simbólica si en la sala no hay portadores numéricos en los que apoyarse para descubrir cómo se escriben los números? ¿Cómo podría apropiarse de las estrategias más evolucionadas de sus compañeros si el saber no circula, si no hay confrontación e intercambio?

LOS PROCEDIMIENTOS DE LOS ALUMNOS[2]

Para un mismo problema y en una misma clase los procedimientos que utilizan los alumnos serán sin duda muy diversos. Es una dificultad para el docente al mismo tiempo que una riqueza pedagógica.

- Los intercambios,
- las explicaciones,
- las protestas de los alumnos,
- así como el recurso a la imitación de lo que hacen sus compañeros son un factor de progreso para los alumnos.

El pensamiento de cada uno se construye en la confrontación con los demás.

Los procedimientos elaborados son a menudo frágiles, inestables, muy dependientes de la situación propuesta, y poco transferibles. Así, en una situación aparentemente cercana de una situación ya encontrada un alumno dará la impresión de regresión, no reutilizará necesariamente una solución que ya probó con éxito, sino que la reconstruirá totalmente.

El dominio de un procedimiento particular, el reconocimiento de su eficiencia en tal tipo de situación se construye en un tiempo largo alternando fases de resolución de problemas y fases de ejercitación más sistemática, en particular para los procedimientos reconocidos como importantes.

Un tiempo largo... Nos parece importante insistir sobre este punto porque tanto en el proyecto como en nuestro trabajo con otros docentes vemos que está muy instalada la idea de "tema dado', eventualmente en una o dos horas de clase y si las situaciones que proponemos son asimiladas a esta idea no van a producir los efectos que declaramos. Los niños necesitan muchas oportunidades de volver sobre un problema, de reafirmar sus procedimientos, de socializar lo que han encontrado.

Para poder llevar adelante un trabajo así el maestro necesita tener una representación de los procedimientos de los niños y debe ser capaz de reconocer una jerarquía de los mismos. Los procedimientos de los niños no son infinitos, por el contrario se pueden prever y describir. A medida que avanzábamos las docentes podían hacer anticipaciones más ajustadas vinculadas a la clase de problemas que se analizaba, los números que intervenían, etc.

Conocer los procedimientos es fundamental, pero el desafío más fuerte es poder provocar que los alumnos evolucionen en el nivel de procedimientos que utilizan. Desarrollaremos estos aspectos a continuación.

Estamos convencidos de la importancia de proveer a los alumnos de oportunidades de enfrentar los problemas con sus recursos, de buscar un camino personal hacia la solución pero a la vez ... y he aquí el doble desafío, es necesario que los alumnos avancen en sus procedimientos y que todos lleguen a dominar los procedimientos "expertos", aquellos que el maestro (y la comunidad) reconocen como los que permiten dominar la situación cualquiera sea el campo numérico o la dimensión con que esté planteada.

Trabajar sobre un ejemplo nos va a permitir tener una idea más clara respecto de la evolución de la que estamos hablando:

> *"Recién subieron 8 personas al colectivo. Ahora hay 45 personas en el colectivo. ¿Cuántas personas había antes de esta parada?"*

Se pueden describir varios tipos de soluciones correctas al problema presentado:

- Solución 1: el alumno dibuja 45 marcas, tacha o borra 8 y cuenta las restantes
- Solución 2: el alumno no reconoce ninguna operación vinculada al problema pero se construye una representación del problema en función de la cual puede elegir un procedimiento, por ejemplo, descontar 8 de 45, de uno en uno, eventualmente ayudándose con los dedos, de algún modo es como si mentalmente hiciera bajar uno a uno los pasajeros que subieron para reencontrar la situación inicial,
- Solución 3: (muy próxima de la más eficaz) el alumno se representa el problema como una adición en la que se desconoce uno de los términos y busca resolver lo que en una ecuación se expresaría así: ... +8=45

[2] Extraído del Desarrollo Curricular: Parra, Cecilia y Saiz, Irma "Los niños, los maestros y los números". Gob. Ciudad de Bs. As. 1992. Páginas 22 a 26.

- Solución 4: (la "experta" o canónica) el alumno reconoce a este problema como un problema de resta (45 - 8) y lo realiza mentalmente o por escrito.

Estos 4 alumnos han hecho matemáticas, en el sentido de que han articulado sus conocimientos disponibles y las significaciones que les dan con la representación que se hacen del problema. En efecto, tanto el conteo (solución 1) como la sustracción (solución 4) son herramientas matemáticas pero el problema, que para el alumno 4 es de resta no lo es para el alumno 1.

Queda mostrado que la solución correcta de un problema de sustracción (desde el punto de vista del maestro) no supone a priori el dominio de la sustracción.

Es posible distinguir en las soluciones dadas como ejemplo dos grandes polos:

- el polo de las soluciones que apelan a una representación figurativa de la situación por las cuales los alumnos simulan lo real mentalmente (como en la solución 2) o dibujándolo, o podría ser con objetos (como en la solución 1),
- el polo de las soluciones que apelan a una representación matemática de la situación en las cuales los alumnos plantean de algún modo el problema en una ecuación para poder trabajar únicamente en el nivel de los números (como en las soluciones 3 y 4).

El pasaje del primer al segundo polo se acompaña frecuentemente de un cambio de las técnicas utilizadas:

en el primer caso, los alumnos utilizan las que provienen del conteo,
en el segundo caso fundamentalmente son utilizadas técnicas de cálculo.

Esta distinción no da cuenta, sin embargo, de todos los niveles de representación de la situación que pueden existir en los alumnos. Así la solución 3 muestra que el alumno produce una escritura que traduce una cierta simulación de la realidad evocada, particularmente en su desarrollo temporal
"... + 8 = 45", "..." (los pasajeros que estaban en el colectivo), "+ 8" (los que subieron), "= 45" (los que hay ahora en el colectivo).

Hay que saber aceptar que, en cada categoría de problemas, el pasaje de la utilización de procedimientos ligados al conteo y vinculados a una representación figurativa de la situación, al reconocimiento de un modelo de resolución que implica <u>el recurso a técnicas de cálculo expertos es frecuentemente lento, raramente definitivo para un alumno y nunca simultáneo para todos los alumnos</u>.
Esta observación implica muchas consecuencias:
- Hay que aceptar e incluso favorecer en la clase la pluralidad de procedimientos de resolución porque no sólo anima a los alumnos a elaborar su propia solución sino que puede ser fuente de progreso, de aprendizaje a partir de las confrontaciones que se pueden organizar entre ellos.
- Hay que aceptar también que, para situaciones aparentemente análogas, algunos alumnos dan la impresión de retroceder. <u>El aprendizaje está lleno de dudas, de retrocesos</u> de aparentes detenciones hasta que las adquisiciones se estabilizan.
- Una exigencia precoz de formalización de soluciones (reconocimiento del cálculo a efectuar y producción de la escritura matemática correspondiente) <u>puede ser una</u> fuente de obstáculos para muchos alumnos que van a tratar de producir la escritura matemática directamente a partir del enunciado apoyándose en palabras claves, y producirían 45 + 8 en el problema descrito, sin involucrarse en la fase esencial de tratar de comprender la situación propuesta.
- El medio del que dispone el docente para favorecer el pasaje de un polo a otro es fundamentalmente <u>ir variando las situaciones</u> que les propone a los alumnos (para los problemas aditivos y sustractivos el "tamaño" de los números es una variable decisiva) lo cual va a ir exigiendo nuevos procedimientos y mostrando los límites o la inutilidad de los anteriores. Otra herramienta fundamental de que dispone el docente es organizar los intercambios y las discusiones entre los alumnos, así como asegurar la difusión de los "hallazgos" de los alumnos entre todos. Llegan momentos en el trabajo en el que ciertos procedimientos y, particularmente, ciertas formas de escritura matemática se "oficializan".

Del conteo al cálculo

Acabamos de mostrar, un abanico de procedimientos que van desde los que se apoyan en el conteo a los que trabajan en el nivel del cálculo.

Vamos a plantear a continuación como se puede favorecer el pasaje del conteo al cálculo.

Aunque nos vamos a centrar en metas a conseguir a nivel de procedimientos queremos subrayar que el sentido de las propuestas sigue siendo ayudar a los alumnos a resolver mejor los problemas que se les planteen.

El trabajo en el nivel de los procedimientos no está disociado del problema de la comprensión del significado de las operaciones y la capacidad de resolver problemas va a ser siempre la medida más cabal del nivel de logro alcanzado.

Insistimos con los ejemplos porque nos permiten mostrar el enorme esfuerzo de construcción que implica llegar a trabajar en el nivel del cálculo.

Imaginemos que ha sido planteada esta situación: “Julián tenia 23 figuritas de autos y un amigo, que no junta más, le regaló 18. ¿Cuántas tiene ahora?”
Dos soluciones de las posibles son estas:

```
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |        1
                                                          2 3
| | | | | | | | | | | | | | | | | |                     + 1 8
                                                          ---
                                                          4 1
```

Quien hace las marcas y cuenta está necesitando hacer presentes las cantidades.
Quien usa el algoritmo de la suma está utilizando propiedades del sistema de numeración y de la operación que suponen muchos conocimientos, comprender muchos aspectos.

De hecho, para la humanidad, ese recorrido fue muy largo y costoso. Debemos acompañar a los niños en el suyo, lo cual no quiere decir que tengan que hacer este largo camino dado que no se puede ignorar la presencia y el uso social actual de los números y las operaciones, pero la referencia a la historia nos debería devolver el respeto por la empresa que los niños deben llevar a cabo.

El conteo

Los niños necesitan enfrentar múltiples situaciones en las que puedan reconocer la utilidad de contar y la necesidad de ser precisos (no contar ninguno dos veces, no saltear ninguno).

Al inicio de primer grado, para resolver un problema en el que aumenta o disminuye una cantidad el procedimiento más utilizado por los niños es el de materializar las cantidades (objetos, dibujos, dedos, etc.) y resolver por conteo. Nos vamos a plantear entonces el mejoramiento del conteo en dos direcciones:

a) En cuanto al conteo utilizado para resolver situaciones.
b) En cuanto al dominio y extensión de la serie numérica oral.

a) Al inicio, para resolver 6 + 3 los niños recuentan desde 1: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Apuntamos entonces a lograr que utilicen el SOBRECONTEO 6... 7, 8, 9, es decir que partan de uno de los números y agreguen la otra cantidad contando.
Muchos alumnos empiezan a usar, implícitamente propiedades de la suma. Por ejemplo, la conmutatividad. Así para hacer 3 + 9, hacen 9... 10, 11, 12.

No estamos proponiendo que el maestro “enseñe” esta propiedad, sino que favorezca el intercambio entre los alumnos (como veremos en el desarrollo de las secuencias) de modo que los “modos de arreglárselas” de cada uno se conviertan en terreno común.

Para una situación de disminución, 12 - 4, muchos niños hacen 12 marcas, tachan 4 y cuentan las que les quedan. Es necesario realizar actividades para que puedan DESCONTAR (contar para abajo, “para atrás”)

Además del interés inmediato, estos procedimientos encontrarán posteriormente una prolongación, particularmente en cálculo mental.

Por ejemplo, para calcular 23 + 17, un alumno de segundo podrá partir de 27 y agregará sucesivamente 3 y después 10.

b) Estos procedimientos, para poder ser puestos en juego, requieren por parte del alumno una buena disponibilidad de la serie numérica oral, particularmente la capacidad de:

- Decir directamente el siguiente y el anterior de un número sin recitar la serie desde el inicio.
- Continuar la serie oralmente a partir de un número dado, en un sentido y en otro,
- Enunciar, por ejemplo, 4 números a partir de uno dado, en un sentido o en otro.
- Decir, por ejemplo, los números entre 7 y 11, pudiendo especificar al terminar. Cuántos números se han dicho,

- Poder contar de a 2, de a 5, de a 10 resulta particularmente importante en tanto apoyos fundamentales para el cálculo.

Para asegurar este dominio en todos los alumnos será necesario que se realicen múltiples actividades, juegos, a raíz de situaciones cotidianas y planificadas ex-profeso. Se trata de que el contar ocupe un lugar.

Los dos aspectos en que planteamos el mejoramiento del conteo se deben desarrollar simultáneamente.

Los niños tienen que tener oportunidad de comprobar lo que saben y reconocer, a la vez, las metas a lograr. Nuestra experiencia nos muestra que son muy capaces de comprometerse si pueden saber con qué y para qué.

LA UTILIZACIÓN DE JUEGOS EN LAS CLASES DE MATEMÁTICA[3]

En *Hacer Matemática 1* proponemos muchos juegos y queremos compartir algunas reflexiones sobre las posibilidades que ofrecen, señalar algunas de sus limitaciones y explicitar la finalidad de los juegos simulados que se incluyen.

La concepción de aprendizaje de Matemática sustentada sostiene la importancia del trabajo independiente de los alumnos frente a las situaciones. Especialmente en primer año es necesario emprender la tarea de iniciar a los niños en esta forma del quehacer particular, representada por la actividad matemática y los juegos, que constituyen un medio importante para favorecer intercambios entre los alumnos en torno a algo común. Los juegos reglados con cartas, dados, etc., son instituciones sociales tradicionales, más o menos conocidas por los niños. Para algunos representarán reencontrar, en la escuela, prácticas que disfrutan en otros ámbitos; para otros, será una oportunidad de conocerlas.

Muchos de los juegos reglados involucran cantidades –que se acumulan, se pierden, indican desplazamientos, etc.- y son tomados en este libro como contextos potentes para plantear problemas de registro, problemas de conteo, problemas de reunión, de comparación, etc., a la vez que permiten poner en juego diversos recursos y favorecer su dominio al practicarlos con frecuencia.

Cuando los niños están jugando un juego pueden o no estar enfrentando problemas interesantes. Por ejemplo en la ficha **10- Guerra con cartas**, puede suceder que en muchas vueltas la diferencia sea tan "visible" que no haya necesidad de comparar con mayor precisión, o también puede suceder que un miembro de la pareja "lleve la voz cantante" y defina siempre la carta ganadora sin dar al otro jugador la oportunidad de pensarlo. Sin duda, los roles en los juegos, el respeto del tiempo del otro, etc., son aspectos para trabajar en la actividad. Pero además se trata de ir instalando momentos de trabajo y reflexión que aseguren que todos los alumnos enfrenten los asuntos más importantes para el aprendizaje en juego. Este es el sentido del juego simulado, que en la ficha aparece bajo el título **COMO SI JUGARAN….** y que, en diversas formas, acompaña prácticamente todos los juegos incluidos. La idea es que, sin la premura del juego, los alumnos enfrenten problemas seleccionados dentro de un contexto que conocen, en el que actuaron, que funciona con reglas de las que se apropiaron. En algunos casos el contexto del juego es tomado como primer significado de una situación, de una escritura. Por ejemplo el juego propuesto en la ficha **46- La cajita de los 10**, y retomado en la ficha **59- Otra vez la cajita**, provee el contexto para una primera interpretación de la escritura a + ….. = b.

Algunos juegos apuntan simplemente a una práctica, por ejemplo la ficha **69- Formar 10** o la ficha **73- Lotería de sumas**. Pueden, una vez introducidos, formar parte de un "rincón de juegos" a los que los alumnos recurran en momentos de actividad diversificada, cuando terminaron un trabajo, etc. Para los distintos juegos, cada alumno dispone de los materiales en las páginas recortables. Esto permite que también puedan jugarlos en sus casas, con sus hermanos o padres. Cuando un alumno necesita practicar algo, los juegos pueden ser una ocasión de hacer participar a sus padres. Claro que, tanto en casa como en la escuela, se debe intentar que no pierdan el carácter de juegos, lo cual está peculiarmente definido por la voluntad de jugar.

[3] Extraído de: Parra, Cecilia y Saiz, Irma. Libro para el docente "Hacer Matemática 1". Editorial Estrada. Bs. As. 1999.

Algunas actividades propuestas tienen forma de juego, pero no lo son verdaderamente. Por ejemplo, la ficha **36- Juego de la caja**, o la parte de ADIVINANZAS DE FIGURAS, en la ficha **4- Armar y dibujar** o la ficha **90- Adivinanza de números**. Son situaciones de enseñanza que duran un tiempo y terminan, y muy difícilmente los alumnos las retomen por sí mismos.

ACERCA DEL TAMAÑO DE LOS NÚMEROS[4]

El niño se apropia en forma paulatina de diferentes porciones o partes de la serie numérica. El campo numérico que manejan varía de acuerdo a sus experiencias. En términos generales podemos distinguir cuatro grandes dominios numéricos con fronteras no muy nítidas:

Dominio de los números visualizables o perceptivos
Son los números para los cuales es posible un reconocimiento rápido, global, sin necesidad de recurrir al conteo. Dentro de este dominio se encuentran, por lo general, los números del 1 al 6. Ante un conjunto de no más de 6 elementos un niño, haciendo uso de la percepción global, puede determinar la cantidad.

Dominio de los números familiares
Por lo general son los números comprendidos hasta 12, 16, 19, porque son números de uso social frecuente. Los niños acceden a ellos mediante el conteo e incluso reconocen la escritura de algunos de estos números, sin necesidad de contar.

Dominio de los números frecuentes
Son los números hasta el 30, 31 porque esa es la cantidad de días que tienen los meses y por lo general, la cantidad de alumnos de la sala no supera estos números. En este dominio es donde los niños pueden realizar sus primeras constataciones sobre las regularidades de la serie numérica.

Dominio de los números grandes
En este dominio los números juegan un rol mítico para el niño. No es frecuente que el niño acceda a este tipo de números mediante el conteo, por lo general lo designa oralmente o reconoce su escritura. Por ejemplo: *"En mi casa tengo mil coches".* Frente a una vidriera y mirando los precios dice: *"la bicicleta sale 100".*

DIAGNÓSTICO DE LOS CONOCIMIENTOS NUMÉRICOS[5]

¿Qué observar en primer grado?

Al inicio del año es indispensable obtener informaciones concernientes al conocimiento de la serie numérica, la lectura de números, el dominio del conteo y el recurso espontáneo al mismo, la posibilidad de constituir una colección de un cardinal dado.

1 - El recitado de los números
Para cada niño hay que observar y registrar cuales son las características del recitado de números que es capaz de hacer:

- ¿hasta dónde la serie es convencional, es decir, corresponde al orden de los números sin agregados ni omisiones?
- ¿hasta dónde es estable, es decir, qua mantiene la misma secuencia aunque no sea la convencional, no la varía de un recitado a otro?
- ¿cuáles son los errores recurrentes o las omisiones sistemáticas?
- ¿estos errores, ponen en evidencia la percepción de una regularidad de los números por parte del niño? Por ejemplo "diez y uno, diez y dos"
- ¿en caso de detención o de bloqueo, reinicia el recitado si le decimos el número siguiente? Por ejemplo algunos niños se detienen en 39, si les decimos 40, continúan hasta 49. Esto indica que lo que no saben es el nombre de las decenas
- ¿el niño, tiene una idea de sus propias competencias? Si le preguntamos hasta dónde sabe, contar puede subestimarse, sobrestimarse, no contestar nada o anunciar un número, que actividades posteriores pueden confirmar como su límite en ese momento.

2 - Dominio del conteo

[4] Extraído del libro González, Adriana y Weinstein, Edith "¿Cómo enseñar matemática en el jardín?" Ediciones Colihue, Buenos Aires, 1998. Páginas 55 y 61 a 73
[5] Extraído de Parra, Cecilia; Saiz, Irma y otros "Los niños, los maestros y los números" Desarrollo Curricular de la Ciudad de Buenos Aires. Segunda edición. 1996. Páginas 35 a 40.

Al preguntar "Cuántos hay... (chapitas, botones)?" en una colección cuyo cardinal se adapta al nivel de conocimiento de la serle numérica oral, se puede observar si recurre al conteo, a una estimación global, o responde de algún otro modo desvinculado de aspectos numéricos.
En el caso da que apele al conteo, se puede observar el dominio o no:

-de la sincronización entre los gestos (tomar los objetos, desplazarlos, señalarlos...) y el recitado de los números;
- de la organización del conteo (separación de los objetos ya contados y los que no, omisiones o repeticiones debidas o no al desplazamiento, etc.):
- del principio cardinal (a la pregunta "¿cuántos hay?" el niño responde con el último número anunciado).

Estas observaciones pueden ser efectuadas en una entrevista individual o en ocasión de actividades cotidianas de la clase (contar los presentes, los lápices).

3 - Constitución de una colección de cardinal dado

Al pedirle *a* un niño "Poné n objetos", que deben ser tomados de una colección en la que hay más que lo pedido, se puede observar si el niño:

- se detiene al término del conteo do n objetos declarando que ha terminado;
- cuenta todos los objetos de la colección hasta que se acaban, sin detenerse en n objetos;
- percibe que se ha olvidado de lo que le pidieron;
- da un montón sin contar.

Estas observaciones pueden ser hechas por ejemplo cuando se distribuyen materiales.

4 - El sucesor de un número

Al agregar un elemento a una colección que el niño ya ha contado y preguntándole "¿Cuántos hay?", se puede observar si el niño anuncia directamente el sucesor del número precedente o si tiene necesidad de volver a contar todo.

5 - Lectura de números

Al presentar desordenadas por ejemplo tarjetas con los números de 1 a 20 y pedir al niño que diga cuáles son los que conoce, él puede:

- buscar las tarjetas en orden (desde 1);
- tener necesidad de recitar, mentalmente o en voz baja, toda la serie hasta cada una;
- leer series parciales:
- leer cada tarjeta inmediatamente;
- confundir cifras entre ellas, leer mal los números de dos cifras, por ejemplo para 13 decir "un-tres". "tres-uno" o incluso "veintitrés".

6 - Sobre conteo, contar a partir de...

Al presentarle una colección, que la cuente, luego presentar otra y preguntar "¿Cuánto hay en total?", o por ejemplo, pedir al niño que encuentre el puntaje total del..tiro de dos dados, se pueda observar si:

- da una respuesta inmediata porque ha memorizado resultados relativos a la reunión de pequeñas cantidades.
- sobrecuenta a partir del último número, por ejemplo para 4 y 3 dice 4, 5-6-7.

7 - Recurso espontáneo al conteo

Se trata de observar como procede el niño para construir una colección que tenga tantos elementos como una dada en ausencia de ésta. Nos hemos referido a esta situación en la Fundamentación teórica al hablar del número como memoria de la cantidad (vestir las muñecas).
Se busca observar si el niño reconoce el contar como una herramienta útil para resolver la situación, por lo cual es indispensable que la consigna no induzca respecto del medio a utilizar. Se debe evitar preguntar cuántas hay o hacen falta, así como cualquier referencia al número y al conteo.
Presentamos a continuación una guía para la entrevista individual de diagnóstico.

DIAGNÓSTICO PARA PREESCOLAR Y PRIMER GRADO
CARACTERIZACIÓN DE LOS CONOCIMIENTOS INICALES DE LOS ALUMNOS EN EL CAMPO NUMÉRICO

1 - Conocimiento del recitado de los números

1.1. Número anunciado "¿Hasta qué número sabes contar?"
1.2. Recitado de los primeros números: Pedirles que cuenten. El maestro le ayuda a continuar cada vez que sea necesario (anotándolo) hasta que:

- no quiera seguir más

- o diga una sucesión no convencional
-o vuelva a retomar números ya dichos (ej. 11. 12. .... 19. 11. 12. ...)
- o supere el 30 (en Preescolar) o el 100 (1er. grado).

2- Conteo: Verificación del principio de adecuación única y del principio cardinal (es decir atribuir un número a cada objeto sin repeticiones y sin omisiones, y asignar a la colección el último número pronunciado)
El maestro prepara una colección de objetos idénticos y desplazables (con una cantidad menor del máximo número al que sabe contar): *"¿Me podes decir cuántos objetos hay?"*
En el caso en que el niño no haga nada se le puede decir. *"Si querés podés moverlos".*
Si el niño no concluye con un número se le puede preguntar: *"Entonces, ¿cuántos hay?"*
3 - Utilización del recitado para crear una colección: El maestro prepara una colección de aproximadamente 10 objetos mas de los números que sabía contar, así como una caja vacía. *"Poné en esta caja 'tantos' objetos"* (mencionar un número inferior a 10 en el preescolar o inferior a 20 en 1er. grado). Si el niño sobrepasa el número pedido el maestro lo interrumpe cuando pasó 2 por lo menos del número pedido. *"¿Te acordás lo que te pedía? Tenés que poner en esta caja justo.... objetos"*.
4 - El sucesor: El maestro muestra la caja: "¿Te acordás que acá había justo... cubos? Ahora pongo uno más, ¿cuántos cubos hay?". Anotar si el niño retoma al recitado desde 1 o si dice el siguiente inmediatamente.
5-Lectura y escritura de números: Preparar un juego de cartones con un número del 0 al 10 escrito en cada una (en primer grado hasta 30). Presentar al niño las tarjetas en desorden y preguntar: *"¿Conoces algo de lo que está escrito sobre los cartones?"* Anotar las cartas en el orden en que las dice el niño y lo que dice (por ejemplo si para 12 dice 21).
Si los lee en orden, desde 0 hasta 10 darle algunas cartas separadas para asegurarse si puede leerlos. Pedirle que escriba algunos números. Si los escribe en orden dejarlo que siga y anotar hasta qué número llega. Luego pedirle que escriba algunos números aislados por ej. 23, 8, 12, etc.
6 - Contar a partir de...: Proponerle entre 10 y 15 objetos para contar, luego agregarle 3 y preguntarle el número total de objetos. Si no sabe contar hasta esos números proponerle 5 objetos y agregarle 3 más. Anotar si es capaz da contar a partir del primer número, sin necesidad de empezar de 1 nuevamente.

7 - Conteo espontáneo: Esta prueba debe ser propuesta varios días después de la otra parte del protocolo. Se presenta al niño x dibujos (el número x elegirlo en función del número hasta el que sabe contar).
"Aquí tengo un cartón con dibujos y allá hoy cubos. Tenés que poner un cubo sobre cada dibujo y será necesario que cada dibujo tenga su cubo. Ahora vas a ir a buscar justo lo que sea necesario. Atención: es necesario que sea justo, ni más ni menos. Tenés que hacer un solo viaje".
Hacer un ensayo, si fracasa, hacer constatar el fracaso y rehacer un segundo ensayo. Anotar el método de conteo del niño delante del cartón y luego lo que hace delante de la caja de cubos y finalmente cómo realiza la correspondencia.

8 - Uso Social del número: Preguntar: "*¿Para qué sirven los números? ¿Dónde usas los números?* Si dice en la escuela, preguntar si los usa también fuera de la escuela.

¿Qué observar en segundo grado?

Tanto la fundamentación general de este documento como los aspectos presentados en relación al diagnóstico de primer grado constituyen referencias importantes al considerar el diagnóstico de segundo grado.

Vamos *a* centrarnos ahora en los puntos no abarcados anteriormente.
1 - Conocimiento del recitado de los números. Ver referencias anteriores.
2 - Valor de posición
Incluimos aquí una prueba que propone Constance Kamii[6] que apunta más a suscitar una reflexión por parte de los maestros que a dar cuenta específicamente del nivel de conocimiento de los alumnos.

[6] Kamii, C. "El niño reinventa la aritmética" Pág. 68

Hemos argumentado en la fundamentación teórica que el análisis de un número de dos cifras en términos de decenas y unidades rebasa las posibilidades de los alumnos de primer grado.

Esta prueba compromete este análisis y coincidentemente con los resultados presentados por C. Kamii, los alumnos de segundo grado del proyecto, en su gran mayoría, no "leen" en el 1 del 16, ni una decena ni 10 unidades. Como hemos dicho, esto no significa que no tengan una representación del número 16. Lo piensan correspondiendo a 16 elementos, pero no son capaces, todavía, de producir sobre la representación de los elementos y leer en la escritura en cifras la organización del sistema de numeración. Justamente será objetivo de segundo grado iniciar un trabajo a favor de la comprensión del funcionamiento de nuestro sistema de numeración, sabiendo a la vez, que se requerirá de cuatro o cinco años de trabajo en la escuela para que esta comprensión se alcance y constituya un conocimiento operativo.

Para las maestras del proyecto este punto significó la constatación de que, pese a que sus alumnos habían trabajado los conceptos de unidad y decena en primer grado, los mismos no constituían un conocimiento disponible ante esta situación.

3 - Comparación de cantidades

Para comparar dos números lo primero que miramos es el número de cifras de cada uno. En un sistema posicional, como el nuestro, si un número tiene un mayor número de cifras que otro, es mayor.

Si el número de cifras es igual, comparamos los valores absolutos de las cifras de mayor valor posicional. Estos procedimientos son válidos en la legalidad de nuestro sistema y los niños se apropian de los mismos y los usan tempranamente, aunque pueda costarles explicitarlos. Incluso son capaces de usarlos ante números que no saben leer.
En este punto del diagnóstico apuntamos a indagar qué procedimientos de comparación usan.

Muchos niños usan los procedimientos mencionados. Otros comparan globalmente (125 es más grande que 87) o se apoyan en el orden (96 viene después que 69). Ante 96 y 69 algunos niños dicen: "empataron" porque comparan las cifras independientemente del lugar que ocupan en los respectivos números.

Algo similar sucede ante 40 + 5 y 30 + 9, cuando algunos niños comparan los primeros sumandos entre sí y los segundos entre sí.

4- Lectura y escritura de números

Cuando pedimos a los alumnos que lean o escriban números mayores que 100, lo hacemos con carácter netamente exploratorio: Los niños ponen en juego sus ideas, que aunque puedan no coincidir con las convencionales, ponen en evidencia las aproximaciones que están realizando respecto de este objeto complejo que es el sistema da numeración, con el que tienen contacto en la vida cotidiana.

Actualmente se están desarrollando investigaciones sobre estos aspectos que esperamos que pronto estén en condiciones de servir de base a propuestas didácticas.

Con frecuencia, al inicio de segundo grado, muchos niños para 134 escriben 100 30 4 ó 100 34 ó 1034. Son escrituras que se apoyan en la serie numérica oral: ciento treinta y cuatro. Para 5.000 y 10.000. Suelen escribir 5 1000 y 10 1000. Estas diversas escrituras pueden ser vinculadas, en el análisis que puede hacer el investigador, a los modos de representar cantidades de distintos sistemas de numeración, anteriores históricamente al desarrollo del sistema posicional.

Presentar la información necesaria excede los límites de este documento y además, ese nivel de análisis no coincide con el objetivo propuesto para este punto del diagnóstico que es básicamente permitir al docente observar algunos de los modos que encuentran los niños para representar cantidades grandes antes de que les hayan, sido enseñadas.

Este carácter de exploración implica que no debemos esperar que todos los niños acepten dar una respuesta, ni suponer que el niño que no responde no ha elaborado ninguna idea al respecto. Hace falta mucho "coraje" para responder, en la escuela, respecto do un contenido no enseñado. Muchos niños dominan ya la escritura convencional de los números que les proponemos, pero esto no implica ninguna "falta" en quiénes no las dominan.

5- Resolución de situaciones

En la fundamentación teórica se han analizado distintos modos de resolución, Las situaciones elegidas son muy sencillas, las dos primeras preguntan por el estado final, en un caso después de una transformación positiva y en el segundo después de una transformación negativa. En la tercera situación, en cambio, los datos son el estado inicial y el estado final y se pregunta por la transformación. Sin duda, esta última reviste mayor complejidad que las anteriores.

6 - Cálculo mental

Referimos nuevamente a la fundamentación teórica y también a "Juegos con Cálculos" en el apartado 2.2. de este documento. Allí se presenta una distribución de contenidos de cálculo mental para el primer ciclo. Si los alumnos en primer grado no han trabajado con este enfoque, la maestra do segundo grado encontrará una orientación respecto de los aspectos sobre los que corresponde observar y trabajar.

Ej. la guía para la entrevista individual que presentamos a continuación proponernos algunos ítems correspondientes a esta indagación.

DIAGNÓSTICO PARA SEGUNDO GRADO
CARACTERIZACIÓN DE LOS CONOCIMIENTOS INICIALES DE LOS ALUMNOS EN EL CAMPO NUMÉRICO

1 - Conocimiento del recitado de los números
1.1. Número anunciado ¿Hasta que número sabes contar?'
1.2. Recitado de la serie numérica.
Pedirle que cuente. El maestro le ayuda a continuar cada vez que sea necesario. Nos interesa particularmente el pasaje a 100 y subsiguientes, de todas maneras le proponemos detenerse en torno a 120.
"Un nene contaba así: 10, 20, 30.... ¿Vos sabes contar así? A ver contá".
1.3. Anterior y siguiente: ¿Cuál viene después de 37? ¿Cuál será antes que 54? ¿Y que 70?

2 - Valor de posición
Presentar 16 objetos. Pedirle que dibuje tantas crucecitas como objetos y escriba cuántas hay.
- se rodea el 6 del 16, "mostrame en tu dibujo lo que quiere decir esto" o '¿hay algo en tu dibujo que tenga qua ver con esta parte de tu 16? Mostrame".
- se rodea el 1 del 16, "ahora mostrame en tu dibujo lo que quiere decir esto".
- se rodea todo el 16, *"¿y todo esto?"*

3 - Comparación de cantidades
Se presentan las tarjetas de a pares. Se le cuenta que son puntos de un juego. En cada caso tiene que decidir quien tenía más. Se le pregunta cómo saben.

$\boxed{125}$ y $\boxed{87}$ $\boxed{96}$ y $\boxed{69}$ $\boxed{40+5}$ y $\boxed{30+9}$

4 - Lectura y escritura de números
- se presentan otras tarjetas y se le pregunta si sabe cuántos puntos tenía ese chico: 15, 24, 51, 78 y 120. *"¿Cuál es el número más grande que sabes escribir?"*
- pedirle que escriba: 17, 65, 92, 134, 205, 500 (los tres últimos si el niño está dispuesto e interesado. Lo mismo con la siguiente pregunta)
-"¿sabés cómo se escribe 1.000, 5.000, 10.030?"

5 - Resolución de situaciones
Las situaciones se escriben en tarjetas. Se lee una y se deja sobre la mesa, en la que están disponibles papel, lápiz y material concreto.
a) Jorge tenía 8 figuritas, en el recreo ganó 7. Ahora tiene ....
b) Pedro tenía 20 figuritas, en el recreo perdió 5. Ahora tiene ...
c) Tomás tenia 14 figuritas, ahora tiene 4. ¿Qué pasó en el recreo?

6 - Cálculo mental
Se proponen sucesivamente los siguientes cálculos. Se registra cómo los resuelve, en caso de no ser evidente se le pregunta cómo hizo.
a) Decime dos números que sumados den 10. ¿Y otros dos?
b) 20 + 30= 60 + 40 =
c) 8 + 8 = 7 + 7 =
d) 10 – 7 = 10 - 4 =
e) 50 – 20 = 80 – 40 =

SISTEMA DE NUMERACIÓN[7]

Los niños llegan a la escuela con conocimientos numéricos: han visto usar y han usado números en distintos contextos, saben recitar la serie numérica hasta un cierto número, han construido ideas para comparar o para escribir números.

Es cierto que estos conocimientos pueden diferir de un niño a otro o incluso ser inestables en un mismo niño, pero es, sin duda, fundamental favorecer que los niños pongan en juego y utilicen estos conocimientos que representan su modo de acceso y apropiación de este complejo sistema.

La escuela es desde luego la institución responsable de lograr que los niños articulen su experiencia extraescolar con las cuestiones que se pretende que aprendan; dicha articulación no es espontánea, no puede quedar a cargo de los niños.

Es necesario, entonces, concebir un enfoque para la enseñanza del sistema de numeración que proponga aproximaciones sucesivas, en las que se varíe y profundice el tipo de relaciones que se propicia que los niños establezcan entre los números tanto para la comprensión del sistema posicional como para la utilización de estos conocimientos ante problemas y cálculos.

Usualmente el recorte para la enseñanza del sistema de numeración pasa por el rango numérico: primer año hasta 100, segundo hasta 1000, tercero hasta 10.000, pero en los tres años se propone analizar y expresar los números del mismo modo: en términos de unidades, decenas, centenas y unidades de mil, es decir, en términos de agrupamiento recursivo.

Analizar los números en términos de unidades y decenas, 26 = 2 d y 6 u, implica la multiplicación 2x10 + 6, aun cuando esta escritura no se presente. Hay una contradicción entre el tipo de análisis propuesto en primer año para los números y la progresión en la enseñanza de las operaciones, que reconoce a segundo año como el momento adecuado para iniciar el aprendizaje de la multiplicación. Ésta es una de las razones por las que se propone otra manera de abordar los números, la que, en lugar de apuntar de entrada a la noción de agrupamiento y a la descomposición en unidades, decenas y centenas, propicia otras relaciones aritméticas a propósito de las escrituras numéricas.

¿Cuáles son entonces las aproximaciones propuestas? ¿Cuáles son las relaciones numéricas objeto de trabajo en cada nivel?

De acuerdo con lo planteado, desde las primeras aproximaciones se busca que los niños tomen conciencia del poder de los números como *memoria de la cantidad y como recurso para anticipar.* Para que este trabajo sea posible, al mismo tiempo que los niños realizan actividades para hacer funcionar los números, deberán enfrentarse con problemas que les permitan progresar en sus conocimientos de la serie numérica. En este sentido, el trabajo sobre el sistema de numeración propuesto busca que los niños exploren regularidades, establezcan propiedades etc., que les van a permitir realizar anticipaciones.

Los números son un soporte simbólico organizado, en principio oral, después escrito, en el cual el niño descubre y memoriza el orden. En esta apropiación el niño descubre que puede, gracias a los números y sus relaciones, producir otros números.

El primer contacto con la designación de los números, en el marco de la familia, los juegos, el jardín y la escuela, se hace sobre todo a nivel oral: los nombres de los números, el recitado de los números.

El manejo de la serie numérica oral que tienen los alumnos en la sala de 5 años y en primer año es muy variable. La escuela tiene que proponer a todos los niños una cierta práctica para que logren memorizar una porción suficiente de la serie. Para esto se privilegiarán actividades que exijan contar cantidades más o menos importantes y, de forma simultánea, se propiciará realizar un análisis de la serie que conduzca a descubrir las reglas de formación de la serie oral. El juego entre memorización y reflexión sobre las regularidades se plantea como un ida y vuelta permanente: es necesario memorizar un intervalo para reflexionar sobre las regularidades pero, al mismo tiempo, conocer las regularidades contribuye a la memorización.

Los niños descubren rápidamente regularidades: "veinte", "treinta"... se combinan con "uno, dos", hasta "y nueve", y ahí hace falta otra palabra nueva...

[7] Extraído del Pre Diseño para la EGB 1 de la Ciudad de Buenos Aires. Páginas 302 a 305: "Enseñanza y aprendizaje del Sistema de Numeración"

Para que los niños puedan explorar, apropiarse y utilizar las regularidades de la serie numérica es necesario ponerlos en contacto con la serie escrita en una porción suficientemente grande que permita poner en evidencia los diferentes algoritmos de construcción de los números. Se plantea que los alumnos tengan desde temprano contacto con números diversos. Es importante que desde los primeros días de clase se trabaje por lo menos con los primeros treinta números y luego los primeros cien. Se busca que los alumnos' identifiquen las regularidades de la serie numérica y que las usen para nombrar, leer, escribir y comparar números. Las porciones de serie con las que se propone trabajar son a la vez *recurso y objeto,* es decir, "las usan para..." al mismo tiempo que están aprendiendo que es una serie organizada y que es posible apropiarse de cómo funciona.

Es sustancial remarcar la idea de que el trabajo sobre las regularidades es una aproximación a la comprensión del sistema posicional. Una aproximación centrada en cómo aparece, cómo se presenta en la oralidad y en la escritura, en los algoritmos para producir los números. Se debe tener presente que es justamente la organización posicional la que instala un aspecto algorítmico en la escritura de los números, aspecto que puede ser aprendido por los niños aun sin comprender todavía la estructura profunda del sistema.

Así, los alumnos pueden saber que entre 30 y 40 todos los números se escriben con un 3 adelante, aunque no sean capaces de dar a 3 el significado de 3 grupos de 10.

La numeración hablada explícita la descomposición aditiva de un número:[8]

ciento veinticuatro 100+20+4
cincuenta y ocho 50+8
mil cuatrocientos 1000 + 400

Ante cálculos como 20+8, los alumnos suelen decir: “Es fácil, te lo dice el número: veintiocho”.

En primer año es justamente la descomposición aditiva de los números la que constituirá un foco de trabajo.

Se busca que los alumnos piensen el 34 como 30+4 y también como 10+10+10+4. De esta manera se podrá empezar a conceptualizar que el 3 del 34 representa 30 aunque todavía no estén en condiciones de establecer que 30 está formado por 3 grupos de 10.

Y es sobre todo con el apoyo en la descomposición aditiva como enfrentarán la suma y resta de bidígitos, ítem planteado en el punto referido a estrategias de cálculo.

En segundo y tercer años ha de continuarse el trabajo sobre las regularidades de la serie numérica, ya que aquellas que los niños descubren para una porción de la serie no las generalizan sin más a otras porciones.

Hay que proponer actividades para que reencuentren este "comportamiento" de la serie para los cienes, los miles... Un ejemplo de un problema interesante para segundo año, inicios de tercero es el siguiente: "¿Cuántos nueves hacen falta para poder escribir todos los números entre 200 y 300?" "¿Y entre 400 y 500?".

La complejidad del problema varía según los recursos que se pongan a disposición de los alumnos. Por ejemplo, plantear el primer problema después de haber hecho una actividad en la que se discutió sobre la escritura de los números entre 200 y 300 y se completó esa centena facilita que, teniéndola presente, algunos alumnos puedan recurrir al conteo para resolver el problema. Luego, al plantear el mismo problema para otro intervalo, por ejemplo 400-500, se busca que los alumnos apelen a su representación mental de la serie y su funcionamiento, lo cual no impide que muchos escriban esa centena y cuenten; pero es posible que al hacerlo encuentren un funcionamiento en común y empiecen a anticipar la respuesta. Se podrá plantear entonces: "¿Hay alguna centena en la que haga falta una cantidad distinta de nueves para escribir todos los números?"

Además, en tercer año debe empezar a explorarse la relación entre la descomposición aditiva y la descomposición multiplicativa de los números (también presente parcialmente en la numeración hablada, por ejemplo, "tres mil cuatrocientos" 3 x 1000 + 400).

Las actividades vinculadas al manejo de dinero ofrecen un soporte especialmente propicio para establecer las relaciones antes mencionadas: por una parte, su organización decimal permite relacionar las descomposiciones aditivas con las multiplicativas vinculando ambas con la

[8] En algunos casos, la numeración oral combina aspectos de la descomposición multiplicativa con aspectos de la descomposición aditiva. Por ejemplo, es interesante comparar las expresiones "mil cuatro" y "cuatro mil".

posicionalidad; por otra parte, el uso social del dinero lo transforma en un objeto familiar con el que la mayoría de los niños ha tenido algún año de interacción.

Estas actividades hacen funcionar los cambios 10 contra 1 en varios niveles: diez billetes de 1 se cambian por uno de 10; 10 de 10 se cambian por uno de 100; 10 de 100 por uno de 1000.

Se busca iniciar el análisis del valor posicional en un contexto significativo: diferenciar las cifras según su posición en la escritura de un número, asociándoles una cierta cantidad de billetes.

Ahora bien, es necesario que esas relaciones se independicen del contexto del dinero y puedan transferirse a situaciones análogas en las que no se cuenta con la presencia de un soporte tan familiar.

En tercer año, los alumnos deben aprender a reconocer en la escritura de un número, por ejemplo, cuántos grupos de 10 elementos se pueden formar. Por ejemplo, ante el problema: "Para el cumpleaños de Lucas la mamá compró una caja con 320 caramelos. Los va a entregar en bolsitas que contengan 10 caramelos. ¿Cuántas bolsitas puede llenar?" Se espera que el trabajo realizado sobre el sistema de numeración permita a los alumnos saber que esa es una información contenida en la escritura decimal.

La apropiación del Sistema de Numeración[9]

Las Investigaciones en didáctica de matemática han permitido una nueva aproximación a la enseñanza del sistema de numeración. No se trata de un cambio radical como el que supuso la reforma de matemática moderna, al que nos referirnos sintéticamente en la Fundamentación teórica, sino sobre todo de una síntesis y una profundización de distintas perspectivas. La intención sigue siendo crear condiciones para una comprensión operatoria de nuestro sistema de designación de números, pero no haciendo tabla rasa de los conocimientos iniciales de los niños. Se trata, por el contrario, de tomar en cuenta estos conocimientos iniciales, tan incompletos o imperfectos como sean, para dar sentido a aquéllos que se buscan desarrollar e incluso para evitar que esos conocimientos iniciales se constituyan en obstáculos en las casos en que sean erróneos. Si estamos convencidos de que los niños construyen sus conocimientos no dejaremos de ayudarlos a franquear ciertos pasajes delicados. Por otra parte, ya no se piensa más que en los materiales, por muy perfeccionados que están, puedan permitir, por sí solos, un aprendizaje.

Es la noción de situación problema, tan largamente referida en este documento, la que se encuentra en el centro de las investigaciones de diferentes equipos que, en nuestro país y en el extranjero, trabajan actualmente sobre esta cuestión en la búsqueda de respuestas consistentes e inclusivas.

Aproximación didáctica

Para poder incluir los conocimientos sobre los números que los niños adquieren en la vida cotidiana, para proponerles situaciones de aprendizaje ante las cuales los números son necesarios y para permitirles su uso ya desde el preescolar, *se* ha privilegiado una aproximación en principia global a los nombres de los números y a su escritura en cifras.

La idea de "sistema de numeración" (organización de los números en una serie que obedece a reglas ligadas al agrupamiento por diez) aparece más tardíamente, requerida por la extensión del campo numérico. Es la dificultad de encontrar palabras y símbolos para designar siempre números nuevos y para memorizarlos lo que ha animado esta idea de "sistema”. Le ha demandado muchos siglos a la humanidad encontrar una respuesta óptima a la pregunta así expresada por Georges Ifrah en su libro "Les Chiffres, ou l'histoire d'une grande invention”[10] *"¿Cómo designar (concretamente, oralmente, o más tarde por escrito) números elevados con la menor cantidad do símbolos?”*

Se distinguen tres grandes fases en el aprendizaje de la designación de los números, fases no delimitadas estrictamente, cuya articulación depende a la vez de los niños, del dominio numérico utilizado y de las actividades que se les proponen y que no se cumplen ni de una vez para siempre, ni en momentos idénticos para todos los niños.

---

[9] Extraído del Desarrollo Curricular: Parra, Cecilia y Saiz, Irma “Los niños, los maestros y los números”. Gob. Ciudad de Bs. As. 1992. Páginas 107 a 111

[10] Citado en ERMEL “Apprentissages numeriques el resolution des problemes" C.P. pág. 255

Estas fases son:

- una aproximación global y principalmente oral de los nombres do los números,

- una toma de conciencia de las regularidades de la serie numérica escrita y una apropiación de las reglas de escritura

- la comprensión de las ideas de agrupamiento y canje.

Aún cuando el conjunto de estas tres fases requiere de muchos años y no se logra realmente más que al término de la escuela primaria, concierne fuertemente al primer ciclo porque es el único que toma en cuenta todo el proceso, de la primera a última fase:

Para presentar con más especificidad el sentido y amplitud de cada una de las fases reproducimos a continuación un artículo del equipo ERMEL, que ha desarrollado la aproximación didáctica que asumimos aquí.

Nombrar, leer y escribir los números[11]

¿Hasta qué número sabés contar? preguntan los adultos o los maestros, y los niños perciben tempranamente que sus conocimientos producen satisfacción a los adultos. Y orgullosos responden: "hasta cien o hasta mil", sabiendo ya desde los 4 ó 5 años, que contar es enunciar una serie de nombres específicos y que además están ordenados. Saben además que decir cien o mil significa saber muchos números y que no es lo mismo decir diez o quince. En principio podría pensarse que es sólo una sucesión de nombres aprendidos de memoria, pero- se trata en realidad da un conocimiento muy útil. Estos nombres aprendidos, primero por el placer o por dar satisfacción a los demás, se cargarán de significado con el conjunto de actividades que se organizarán y propondrán a los niños, aún a los más chicos.

Se trata de privilegiar al principio, un enfoque global del nombre de los números y de su escritura Para ello, se hace utilizar los números a los niños desde el preescolar y Jardín, teniendo en cuenta sus conocimientos adquiridos fuera da la escuela (en sus familias, juegos, televisión...) y se le proponen situaciones de aprendizaje en las cuales son necesarios los números.

La idea de "sistema do numeración" (organización de los números en una sucesión cifrada que obedece a reglas ligadas al agrupamiento de a diez) aparece mucho más tarde, por la extensión del campo numérico.

Esta idea de sistema aparece con la necesidad de escribir números cada vez más grandes y por lo tanto de encontrar símbolos y palabras para todos ellos y para poder registrarlos. Es una idea cuyo desarrollo ha llevado siglos a la humanidad.

Distinguiremos tres grandes fases en el aprendizaje de la designación de los números, fases muy flexibles dependiendo de los niños, del campo numérico y de las actividades que se proponen. Las fronteras de estas fases no se traspasan de una vez por todas ni en el mismo momento para todos. En conjunto abarcan muchos años y no se acabarán realmente antes de 4to o 5to grado.

Primera fase: aproximación global y primero oral

El primer contacto con la designación de los números, en el marco de la familia y luego en la escuela, se hace casi exclusivamente a nivel oral, los nombres de los números, se perciben en su globalidad.

1.1. Nombres aislados:

Se designa a las cantidades, con palabras como las otras sin relación entre ellas: "hay cuatro lápices", "anda a buscar tres chicos" ...como se dice: "hoy les traje un nuevo juego, es un rompecabezas". La vida de la clase aporta numerosas ocasiones de utilizar esas palabras que van tomando progresivamente significado, porque son empleadas en distintos contextos; la asistencia, la fecha, la preparación de la merienda, la distribución del material...

1.2. Nombres ordenados:

Se refuerza la significación y la memorización de esas palabras ubicándolas en una serie ordenada. Este inicio de organización de los nombres de los números no debe ser confundido con un trabajo do comparación de cantidades: los niños pueden "saber' que trece, está

---

[11] Traducción realizada por Lic. Irma Saiz del artículo "Nommer, lire, ecrire des nombres" del libro *Apprentissages Numeriques et Resolution de Problemes.* Equipo de didáctica de la Matemática (ERMEL) Instituto Nacional de Investigación Pedagógica. Francia, 1990.

después de diez, sin por eso darse cuenta que una colección da trece objetos es más grande que una colección do diez objetos. Se puede afirmar que enlistando los números se facilita la memorización, sin que eso garantice por sí mismo otras adquisiciones sobre los números.

Esta memorización se hará recitando "canciones numéricas", leyendo o fabricando "libros de contar", "jugando" con la serie numérica en uno u otro sentido.

El conocimiento de la serle numérica pasa por diferentes estadios de acuerdo a las competencias de los niños:

- recitar una parte da la sucesión convencional a partir del 1; el niño para cuando ya no conoce el número siguiente o concluye con una parte de la serie ya recitada. Por ejemplo, a partir del 29, vuelve a 20. 21. 22. ...29, 20, 21. etc.
- recitar a partir de 1 y parar en el número convenido (con la condición, por supuesto de que ese número pertenezca a la parte conocida de la serie). Esto necesita recordar el número hasta el cual debe contar y dificulta por lo tanto la tarea del niño;.
- recitar intercalando nombres. Por ejemplo: una vaca, dos vacas, tres vacas,... En los dos casos precedentes la sucesión puede ser retenida de forma continua, es decir que los diferentes nombres no son percibidos aisladamente unos de otros, sino como un todo. La intercalación de tales nombres obliga a diferenciar el nombre de cada número. Esto puede ser desarrollado a partir de numerosas canciones o recitados;
- recitar a partir de un número diferente de 1. Aquí, se necesita también una mayor seguridad en el conocimiento de la sucesión y una cierta individualización de las palabras; es un gran paso adelante, ya que será esta capacidad la que permitirá el "sobreconteo" (en lugar de contar siempre desde el 1);
- "descontar" de uno en uno, es decir contar hacia atrás;
- contar de dos en dos; descontar de dos en dos; contar de diez en diez, etc. y cada vez con las mismas competencias mencionadas para el conteo de uno en uno; etc.

No se trata de entrenar a los niños de preescolar en los diferentes "conteos", pero es indispensable conocer el estado real de los conocimientos de los niños en ese dominio, para ayudarlos a progresar, cada uno a su ritmo, de permitirles tomar conciencia de lo que saben, de lo que pueden aprender y de los recursos con los que disponen para ello.

1.3 La sucesión escrita

Se guarda un registro de esta sucesión de números fabricando una banda numérica para toda la clase o para cada niño, banda que servirá de diccionario y que va a agrandarse en función de las necesidades o de sus conocimientos: cuando un niño no sabe leer "12", cuenta sobre la banda las casillas que van desde 1 a "12" y puede así, gracias a una sucesión conocida de memoria, descubrir el nombre de ese número 12. De la misma manera cuando no sabe escribir con cifras el número llamado catorce, cuenta en la banda catorce casillas y encuentra la escritura 14.

Se pasa así de una palabra "dicha" a una escritura específica con cifras y a una designación oral del número. Aquí también, la organización de las escrituras en listas va a facilitar su memorización.

El número 13 es leído globalmente "trece", sin utilizar aún el hecho de que la escritura cifrada revela una organización basada en la idea de agrupamiento de a diez. Pero también es el siguiente de 12 y el anterior a 14, sin que el niño haga necesariamente la relación de que 3 es el siguiente de 2 y el anterior a 4. Es importante insistir aquí sobre el aporte específico de esta serie escrita. El registro escrito y la elección de un soporte (aquí lineal) va a permitir a los niños constituirse una imagen mental, una "banda mental" que aparecerá mucho más útil cuanto más se haya recurrido a la representación concreta y ésta haya resultado efectiva y frecuente. Posteriormente, la línea mental podrá jugar el mismo rol que la banda concreta: visualización del orden, representación de la amplitud y del significado de las distancias entre dos números, percepción de la infinitud de la serie, etc.

1.4. Las escrituras con cifras

Algunos niños que son capaces de "leer" la escritura de un número sobre la banda, no lo logran cuando encuentran esa escritura aisladamente, han memorizado la sucesión ordenada pero no las escrituras en sí mismas. Es necesario organizar un trabajo específico para llevar a estos niños a memorizar las escrituras de los números que utilizan frecuentemente sin tener que recurrir sistemáticamente a la banda escrita. No hay que olvidar que este recurso didáctico, como otros, son muy útiles en ciertos momentos del proceso de aprendizaje, pero deben ser dejados posteriormente.

Lo mismo sucede con el uso de los dedos, que están en la base de nuestro sistema de numeración y tienen el mérito de estar siempre disponibles. Deben ser un recurso transitorio, es necesario aprender a usarlos, pero también a dejarlos de usar...

Segunda fase: Aspecto algorítmico de la escritura
En esta segunda fase se trata da hacer tomar conciencia da la organización da la sucesión escrita.

Esta organización ya empiezan a descubrirla los niños, cuando recitan la serie numérica y dicen por ejemplo,.veintiocho, veintinueve, veintidiez, veintionce ...o perciben que sus dificultades están en los nombres de ciertos números: veinte, treinta, etc., ya que a partir de ellos ya sabe retomar la serie: treinta y uno, ... Pero nuestra numeración oral presenta varias irregularidades y dificulta la toma da conciencia de las reglas de formación de los números. Es necesario entonces contar con una serie de números suficientemente larga (que supere la zona da irregularidades del once al quince) y de una serie escrita para poner en evidencia los diferentes algoritmos de construcción da los números.

Las bandas numéricas individuales pueden favorecer el descubrimiento de regularidades de las escrituras cifradas, que no siempre aparecen a nivel de los nombres de los números. Tanto la banda numérica como otros dispositivos pueden servir tanto de recursos de memorización como de ayudas a la construcción de imágenes mentales y como soportes a numerosas actividades.

Al fin de esta fase, los niños son capaces de escribir (aunque no puedan leerlos todos) series de números a partir de cualquier número o bien pueden decir que entre 30 y 40 todos los números se-escriben con un 3 adelante, aunque no sean capaces de dar un significado al 3.

Esta fase comienza en preescolar, pero adquiere toda su importancia en 1er. grado y sólo encuentra su plena justificación con el uso de números suficientemente grandes, para descubrir las regularidades. No es necesario forzar este tipo de observaciones sobre los números pero siempre puede ser utilizada la curiosidad natural da los niños y su espíritu de observación.

Tercera Fase: Agrupamiento de a diez
Esta fase tiene por objetivo, poner en evidencia el rol de los agrupamientos de a diez y de su recursividad. En esta fase se insiste en la significación de las cifras en función de su posición en la escritura del número, *es* decir sobre el algoritmo ligado a las ideas de agrupamiento de a diez y de cambios. Para comprender que el 3 del 31 no tiene el mismo valor quo el 3 del 23, es necesario haber tenido la ocasión de comprender que cuando se cambian diez elementos contra uno. Ese "uno" sigue valiendo diez. Esta es una tarea especifica de 2º grado y al final de ese grado, el niño deberá poder "ver" en 254 por ejemplo, tanto las doscientas cincuenta y cuatro unidades así corno las veinticinco decenas o las dos centenas que lo componen, no solamente durante los ejercicios formales, en los cuales se les pide explícitamente, sino especialmente cuando se tiene necesidad de usarlo.

Por ejemplo, cuando se les pide cuántos paquetitos de 10 caramelos cada uno, se debía comprar para darle uno a cada uno de los 254 niños de la escuela.

Queda claro que esta no es una fase correspondiente al preescolar ni aún a 1er grado, pero es necesario tenerla presente. Las actividades como partir una colección en partes regulares de diez elementos cada una o intercambiar 10 elementos contra uno solo de otro tipo, que presentan cierta dificultad en 1er grado, pueden ser preparadas con los juegos habituales del almacén o con juegos de intercambios desde el preescolar. Es conocido que el niño a quien se le cambia un billete de 10 pesos contra diez de 1 peso, se siente a veces hasta estafado ... Será necesario hacer y rehacer la experiencia con el billete de 10 $ compro lo mismo que con los 10 billetes de a uno...

Conclusión
Este largo recorrido no se termina antes de 4 ó 5 años de escuela primaria. La enseñanza no puede ser ni lineal ni demasiado rápida, la numeración se construye trabajosamente y su plena disponibilidad recién puede observarse al fin del aprendizaje, cuando haya sido totalmente

incorporado el recurso del cálculo mental y puedan ya con toda seguridad elegir el mejor recurso para realizar un cálculo.

En particular en preescolar, no se trata de "enseñar la numeración', el preescolar debe permitir a los niños nombrar, leer y escribir los números que necesitan para sus actividades habituales o en las situaciones de aprendizaje que les proponen y no de aprender a escribir loa números del 1 al 20 sin otra finalidad. Este objetivo corresponde a la primera fase descripta, pero no es sólo objetivo de preescolar, dado que el primer semestre de 1^er^ grado debe aún permitir a los niños "frecuentar" los números y utilizarlos como recursos en numerosas situaciones.

Solamente así podremos lograr que un día deseen estudiar a los números por sí mismos, como objetos de aprendizaje.

La numeración escrita[12]

La investigación llevada a cabo en la Argentina por Delia Lerner y Patricia Sadovsky (1994), acerca de cómo se aproximan los chicos al conocimiento del sistema de numeración, arrojó dos certezas.

a) Los chicos construyen muy tempranamente hipótesis, ideas particulares para producir e interpretar representaciones numéricas.

Con argumentos similares a los que describen las investigadoras en los casos por ellas analizados, Mercedes (5 años y 2 meses), al tener que comparar y decidir cuál de los siguientes números es más grande: 367 y 57, dice "éste (señalando al 367) porque tiene más números". A pesar de que Mercedes no puede aún leer esos números "sabe" que a mayor cantidad de cifras mayor el número.

Frente al pedido de comparación de dos números de igual cantidad de cifras, 34 y 78, Julián (5 años y 8 meses) argumenta "es más grande éste (señalando el 78) porque el 7 es más grande que el 3 y el primero es el que manda". A pesar de no saber leerlos, puede argumentar poniendo en juego su hipótesis acerca de que los números "valen" diferente si están en lugares diferentes. Ese argumento está ligado a la numeración escrita: Julián sabe que el primer número corresponde a los "veinti", "treinti", "setenti", etcétera, y que, por lo tanto, son mayores que los "dos", "tres", "siete", etcétera. En otros casos, las argumentaciones que ofrecen están más ligadas a la serie numérica oral: Sebastián (5 años y 9 meses), por ejemplo, explica que "el 41 es más grande que el 14 porque si contás, decís 1, 2, 3,..., 14, 15,..., 19, 20, y tenés que seguir contando un montón hasta llegar al 41. Está después y por eso es más grande".

Las investigadoras describen que cuando en los números a comparar la primera cifra es la misma (21 y 23), muchos chicos argumentan que "entonces hay que mirar el segundo número". ¿De dónde obtienen estas ideas? Por supuesto que no es del conocimiento de las agrupaciones recursivas, decenas, centenas, etcétera, del sistema de numeración, sino de la interacción con un medio repleto de portadores numéricos con el que interactúan.

Pero si en el jardín de infantes y en los inicios de primer año sólo trabajan con los números del 1 al 9, ¿cómo pueden hacer uso de lo que saben? ¿Cómo construyen y explicitan que "si tiene más números entonces es más grande" si no pueden comparar números de diferente cantidad de cifras? ¿Cómo vinculan su conocimiento de la numeración hablada con la escrita para argumentar (a su manera) que el valor de un número depende de la posición que ocupe, si comparan siempre números de una cifra?

b) Los chicos no construyen la escritura convencional de los números tal cual el orden de la serie numérica.

Es decir, no aprenden primero el 1 y después el 2, 3------9, 10, 11,---, 19, 20, 21, etcétera. Hay ciertos números que son privilegiados y éstos son los nudos, es decir, las decenas enteras, las centenas enteras, etcétera. Primero pueden escribir 20, 30, 100, 200, y posteriormente acceden a la escritura convencional de los intervalos entre esos nudos.

Los niños construyen ideas acerca de la escritura de los números basándose entonces en dos informaciones: la que extraen de la numeración hablada y la que les da el conocimiento de la escritura convencional de los nudos.

---

[12] Extraído de Ressia de Moreno, Beatriz "La enseñanza del número y del sistema de numeración en el nivel inicial y el primer año de la EGB" Capítulo 3 del libro Mabel Panizza (comp) "Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de EGB". Ed Paidós. Bs. As. 2003. Pág 98 a 101

Para escribir números de los que aún no conocen su representación convencional, hacen uso de esos saberes yuxtaponiendo los símbolos que conocen según el orden que les indica la numeración hablada. Por ejemplo, al pedirle a Lucía (5 años y 10 meses) que escriba diecisiete, escribe 107; veinticuatro lo escribe 204; trescientos noventa y seis como 300906; dos mil trescientos como 2000300 (otros chicos lo escriben como 21000300). Esta correspondencia estricta con la numeración hablada, es decir, la convicción de que los números se escriben tal cual se los nombra, deriva de las características mismas que el sistema de numeración hablada posee. A diferencia de la numeración escrita, que es posicional, la numeración hablada no lo es. Si lo fuera, al leer un número, por ejemplo el 7452, diríamos "siete cuatro cinco dos". Sin embargo, leemos en función del conocimiento que poseemos, "siete mil cuatrocientos cincuenta y dos", es decir que al mismo tiempo que enunciamos la cifra, enunciamos la potencia de 10 que le corresponde a cada una.

¿Cómo avanzan los chicos hacia la escritura convencional? Las investigadoras encontraron que este avance se produce al entrar en conflicto dos de las hipótesis fuertes de las que disponen: por un lado, el convencimiento de que los números se escriben tal cual se dicen; por otro, el conocimiento de que un número es mayor que otro si tiene más cifras.

Un alumno que sabe escribir los nudos de manera convencional, por ejemplo el 20, el 30, etcétera, puede escribir el veintitrés como 203 y argumentar con mucha convicción que lleva más números que el 20 porque es más grande. Si a continuación se le pidiera que escribiera el 30, y se le preguntara si un número que es menor puede escribirse con más cifras que otro mayor, comenzaría a replantearse sus ideas previas. Esto no significa que inmediatamente acceda a la escritura convencional en cualquier intervalo de la serie numérica, pero lo que sí es seguro es que se quedará pensando acerca de que la escritura de los números tiene ciertas particularidades.

Si se le ofrecen diversas situaciones en las que pueda comparar números de diferente cantidad de cifras, progresivamente irá construyendo ideas acerca de que los "diecis", "veintis", "treintis", etcétera, "van con dos números", "los cientos van con tres", "los miles van con cuatro". Estos conocimientos funcionan como control de escrituras ligadas a la numeración hablada: "son muchos números", se les escucha decir, y se embarcan en reiterados intentos de modificar la escritura hasta lograr reducir la cantidad de cifras (Lerner y Sadovsky, 1994).

Situaciones de clase[13]

1) Martina, al cantar el número 85 en la lotería, comienza leyéndolo como "ocho, cinco" y logra luego interpretarlo como "ochenta y cinco" gracias a dos intervenciones de la maestra: en primer término le muestra el número 80 sin nombrarlo y le pregunta cuál es; como Martina no responde, la maestra comienza a escribir los nudos de las decenas (10, 20,…., 80) y le solicita que interprete cada una de las escrituras que va produciendo.
Intervenir de este modo es contagioso: si el maestro lo hace, los chicos se darán cuenta de que es una buena manera de ayudar a sus compañeros y la adoptarán. Es lo que ocurre, por ejemplo, cuando Santiago está intentando escribir el número veinticinco y Federico le sugiere: "Fijate en el veinte, si el veinte va con un dos y un cero y el veintiuno con un dos y un uno, ¿cómo hacés para escribir el veinticinco?" Santiago acepta la propuesta de su compañero, cuenta hasta veinticinco oralmente y lo anota.

---

2) Al analizar las notaciones producidas por los chicos ante un dictado de números, la maestra detecta que sólo uno de ellos – el 653 – ha dado lugar a diferentes versiones y decide, por lo tanto, someterlas a discusión para el día siguiente. La maestra señala que encontró cuatro maneras diferentes de anotar "seiscientos cincuenta y tres", las escribe en el pizarrón – sin identificar a los autores de cada versión - y requiere argumentos a favor o en contra de las distintas escrituras. Las producciones en cuestión son:

60053 653 610053 61053

Bárbara: La que está bien es esta (la segunda) porque cuando es *ciento*…no lleva dos ceros.
Jonathan: Sí, es esa. Pero cuando dice *ciento* a veces lleva cero y a veces no. No sé cuándo lleva cero o no, porque ciento uno sí lleva cero.

[13] Extraído de Lerner, Delia y Sadovsky, Patricia "El sistema de numeración: Un problema didáctico" en C. Parra e I. Saiz (comps) "Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones. Buenos Aires. Paidós. 1994.

Vicky: Esta (señala la tercera) no puede ser porque cien es otro número y viene mucho antes que seiscientos.
Jimena: Sí es esa (la tercera), porque primero está el seis y después el ciento.
Julián: No, no es, porque sino seiscientos uno sería 61001, seiscientos dos sería 61002… La tercera es mucho más grande que seiscientos cincuenta y tres, porque tiene más números.
Brian: Esta (la tercera) es más grande que esa (la cuarta), porque tiene un cero más.
Vicky (a Jimena): Para mi es esta (653). No importa que uno diga *seiscientos*, igual no tiene que haber un cien escrito en ese número.
Brian: Los ceros están de más; si querés, los ponés adelante (00653)

---

3) Al resolver un problema que requiere sumar 50+70, aparecen tres procedimientos diferentes, cada uno de los cuales es utilizado por varios chicos. La maestra los anota en el pizarrón e incita a compararlos. Los procedimientos son:

70 + 10 = 80	50 + 50 = 100	70 + 50 = 120
80 + 10 = 90	100 + 20 = 120	
90 + 10 = 100		
100 + 10 = 110		
110 + 10 = 120		

Muchos alumnos dicen que el procedimiento de la derecha no está explicado, que se anotó el resultado pero no se sabe cómo se llegó a él. Uno de los chicos que utilizó este último procedimiento explica: "Yo hice lo mismo que ustedes, ustedes pusieron cinco dieces, acá (señalando los de la izquierda) hay uno, dos, tres, cuatro, cinco dieces, ¿no? Bueno, yo también sumé cinco dieces (señalando el 70+50), pero los sumé directamente, porque cinco más siete es doce ¿no?".

Al propiciar que se establezcan relaciones entre diferentes procedimientos, se hace posible no sólo un acercamiento entre éstos, sino también una mayor comprensión de la naturaleza del sistema de numeración por parte de todos los chicos –tanto de lo que explicitan un procedimiento muy económico como de los que empiezan a vislumbrar la posibilidad de modificar el que utilizaban para adoptar el que sus compañeros proponen.

---

4) La reflexión sobre los aspectos multiplicativos involucrados en la notación numérica se hace posible también a partir de un juego con dados: se establece que cada punto vale diez, los chicos -organizados en grupos- arrojan el dado por turno y anotan el puntaje que obtuvieron.

En el desarrollo del juego, aparecen diversos procedimientos: algunos cuentan con los dedos hasta diez mientras señalan un punto del dado, luego señalan el segundo punto y siguen contando hasta veinte…; otros chicos cuentan de diez en diez, otros dan el resultado de inmediato sin evidenciar cómo hicieron para encontrarlo.

Después de varios partidos, la maestra pregunta: "Cuando salen cuatro puntos, ¿ustedes qué anotan?" Hace preguntas similares para otros números que aparecieron en el juego y luego las extiende a otros casos posibles.

Maestra: ¿cómo se dan cuenta?
Fernanda: Y…, porque si al 8 le pongo un 0 es 80, si le agregás al 9 un 0 es 90, es todo lo mismo.
Maestra: Miren: si sacan 4, ustedes se dan cuenta de que es 40 (escribe los números), pero ¿qué tiene que ver el 4 con el 40?
Leo: Acá son cuatro cosas y acá son cuarenta cosas.
Maestra: Pero el 40 también tiene un 4. ¿Por qué hay un 4 en el 40?
Giselle: Porque acá (40) son cuatro de diez.
Miguel: Si contás de diez en diez, con cuatro de diez ya es cuarenta, por eso va 4 (en 40).

Las intervenciones de la maestra tienden a lograr que los chicos reflexionen acerca de la función multiplicativa del 4 en la notación 40 (4 x 10) y la relación con la interpretación aditiva de ese número (10+10+10+10).

Es así como se hace posible –en esta actividad y en muchas otras- utilizar la situación de sumar o restar reiteradamente diez como vía de acceso a una mayor comprensión del valor posicional.